



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
**«Институт автоматики и процессов управления**  
**Дальневосточного отделения Российской академии наук»**  
(ИАПУ ДВО РАН)

**«СОГЛАСОВАНО»**

Руководитель направления  
подготовки аспирантов 27.06.01  
«Управление в технических системах»  
 А.В. Лебедев

«14 августа 2014 г.

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Заместитель директора по научно-образовательной и инновационной деятельности, д.ф.н.  
 Н.Г. Галкин

2014 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)**

**Дискретная математика**

**Направление подготовки 27.06.01 – «Управление в технических системах»,**

**Профиль «Системный анализ, управление и обработка информации»**

**Образовательная программа «Системный анализ, управление и обработка информации»**

**Форма подготовки (очная)**

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН (ИАПУ ДВО РАН)  
Междисциплинарная кафедра подготовки кадров высшей квалификации (МК ПКВК)

курс 2 семестр 4  
лекции 36 час. / 1.0 з.е.

практические занятия – 18 час. / 0.5 з.е.

лабораторные работы – нет

всего часов аудиторной нагрузки 54 (час.) / 1.5 з.е.

самостоятельная работа 54 (час.) / 1.5 з.е.

контрольные работы не предусмотрены

курсовая работа / курсовой проект не предусмотрены

зачет не предусмотрен

экзамен 4 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30 июля 2014 № 892.

Рабочая программа обсуждена на заседании МК ПКВК, протокол № 1 от «14 августа 2014 г.

Заведующий (ая) кафедрой: д-р физ.- мат. наук, профессор Н.Г. Галкин

Составитель (ли): канд. тех. наук, инж. лаб. робототехнических систем А.С. Губанков.



**Оборотная сторона титульного листа РПУД**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» 20\_\_ г. №\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:**

Протокол от «\_\_\_\_\_» 20\_\_ г. №\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

(И.О. Фамилия)

## **АННОТАЦИЯ**

Дисциплина «Дискретная математика» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе Системный анализ, управление и обработка информации и входит в вариативную часть учебного плана.

При разработке рабочей программы учебной дисциплины использованы Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации) по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, учебный план подготовки аспирантов по профилю «Системный анализ, управление и обработка информации».

### **Цель:**

Целью дисциплины является изучение некоторых разделов высшей математики, необходимых для успешного освоения специальных дисциплин аспирантского плана подготовки.

### **Задачи:**

1. Приобретение знаний в теории бинарных отношений.
2. Изучение основ функционального анализа.
3. Изучение основ алгебраических систем.

**Интерактивные формы обучения** составляют 24 часа и включают в себя диспуты, проблемные лекции и практические занятия.

### **Компетенции выпускника, формируемые в результате изучения дисциплины:**

Общепрофессиональные компетенции:

- владение научно-предметной областью знаний (ОПК-5),

Профессиональные компетенции:

- способность применять на практике знания о методах и средствах проектирования систем управления техническими объектами, формулировать выводы и практические рекомендации на основе проводимых научных исследований (ПК-3).

**Требования к уровню усвоения содержания дисциплины.**

Аспиранты должны приобрести следующие знания и умения:

- **знать:** научно-предметную область знаний в части управления техническими системами, современные методы описания технических объектов математическими моделями и программные средства для их исследования;
- **уметь:** использовать методы и технологии управления техническими системами, описывать технические объекты математическими моделями и применять программные средства для их исследования.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА (36 ЧАС.)**

### **МОДУЛЬ 1. Теория множеств и машины Тьюринга (12 час.)**

#### **Раздел I. Основы теории множеств (6 час.)**

##### **Тема 1. Основные операции над множествами. (2 час.)**

Интуитивное определение множества, операции над множествами – объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, декартово произведение.

##### **Тема 2. Отображения и их свойства. (2 час.)**

Определение отображения, виды отображений – взаимнооднозначное, отображение «на», биективное отображение. Композиция отображений.

##### **Тема 3. Понятие мощности множества. (2 час.)**

Теорема о конечных множествах. Определение мощности множества. Счетные и континуальные множества, примеры.

**Проблемные вопросы.** Как можно объяснить то, что интуитивная теория множеств содержит парадоксы? Как можно интерпретировать композицию отображений? В каком смысле дуальны взаимнооднозначное отображение и отображение «на»?

**Диспут на тему: существуют ли множества, промежуточные между счетными и континуальными?**

#### **Раздел II. Машины Тьюринга (6 час.)**

### **Тема 1. Алгоритмы, основные понятия. (2 час.)**

Интуитивное понятие алгоритма. Существующие модели алгоритмов: машина Тьюринга, рекурсивные функции, нормальные алгоритмы.

### **Тема 2. Машины Тьюринга, основные понятия. (2 час.)**

Определение машины Тьюринга. Состав машины Тьюринга. Примеры машин Тьюринга. Композиция машин Тьюринга

### **Тема 3. Применения машин Тьюринга. (2 час.)**

Алгоритмическая неразрешимость. Сложность алгоритмов.

**Проблемные вопросы.** Как объяснить, что все модели алгоритмов эквивалентны между собой? Построить машину Тьюринга для вычисления предиката.

**Диспут на тему: почему некоторые проблемы алгоритмически неразрешимы? Каковы практические выводы можно сделать из существования алгоритмической неразрешимости?**

## **МОДУЛЬ 2. Элементы функционального анализа (16 час.)**

### **Раздел I. Топологические и метрические пространства (4 час.)**

#### **Тема 1. Топологические пространства. (2 час.)**

Определение топологические пространства, основные свойства.

#### **Тема 2. Метрические пространства. (2 час.)**

Определение метрики через аксиомы. Открытые и замкнутые множества, замыкание. Сходимость и полнота. Неподвижные точки.

### **Раздел II. Линейные пространства (12 час.)**

#### **Тема 1. Определение линейного пространства. (2 час.)**

Определение линейного пространства через аксиомы. Линейная независимость, базис.

#### **Тема 2. Фактор-пространство. (2 час.)**

Определение фактор-пространства, классы смежности. Линейные функционалы и операторы.

#### **Тема 3. Норма, примеры. (4 час.)**

Определение нормы через аксиомы. Примеры нормированных пространств. Банахово пространство.

#### **Тема 4. Скалярное произведение. (4 час.)**

Определение скалярного произведения через аксиомы, примеры. Гильбертово пространство. Теорема об ортогонализации.

### **МОДУЛЬ 3. Булева алгебра и конечные автоматы (8 час.)**

#### **Раздел II. Булевы функции (4 час.)**

##### **Тема 1. Булевы функции. (2 час.)**

Определение булевой функции, примеры. Основные булевые функции. Дизъюнктивная нормальная форма. Формулы двойственности. Многозначные булевые функции.

##### **Тема 2. Минимизация булевых функций. (2 час.)**

Понятие минимизации булевых функций. Минимизация с помощью карт Карно. Практические приложения минимизации.

**Проблемные вопросы.** Чем булевы функции отличаются от функций, изучаемых в классическом анализе? Почему булевы функции стали столь популярны в 50-е годы 20-го века.

#### **Раздел I. Основы теории конечных автоматов (4 час.)**

##### **Тема 3. Конечные автоматы. (4 час.)**

Определение конечного автомата. Виды автоматов. Минимизация конечных автоматов. Эксперименты с автоматами. Приложения конечных автоматов.

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ**

### **КУРСА (18 час.)**

#### **Практические занятия**

##### **Занятие 1. Анализ заданных бинарных отношений. (2 час.)**

1. Выявление свойств заданных бинарных отношений.
2. Построение классов толерантности или эквивалентности.

**Проблемные вопросы.** Дайте графическую интерпретацию свойств рефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность,

транзитивность. Как объяснить, что классы толерантности могут пересекаться? Как объяснить, что классы эквивалентности не могут пересекаться? Каким аксиомам удовлетворяет отношение строгого порядка?

**Занятие 2.** Анализ свойств заданных бинарных отношений. (2 час.)

1. Построение классов вычетов по модулю простого и составного чисел и их анализ.

2. Анализ свойств операций над заданными бинарными отношениями.

**Занятие 3.** Построение машин Тьюринга. (4 час.)

1. Построение машины Тьюринга для сложения чисел.

2. Построение машины Тьюринга для умножения чисел.

3. Построение машины Тьюринга для определения четности числа.

**Занятие 4.** Доказательство простых теорем. (2 час.)

1. Теорема о замкнутых и открытых множествах.

2. Теорема о фактор-пространстве.

3. Теорема о нормированных и метрических пространствах.

4. Теорема о пространствах со скалярным произведением и нормированных пространствах.

**Проблемные вопросы.** Что необходимо использовать для доказательства теоремы о непрерывности отображений топологических пространств? Что необходимо использовать для доказательства того, что метрическое пространство является топологическим? Доказать, что кодовое расстояние удовлетворяет аксиомам метрического пространства.

**Занятие 5.** Определение характеристик заданной матрицы (2 час.)

1. Определение ранга матрицы.

2. Определение собственных чисел и векторов.

3. Построение канонической формы Жордана.

**Проблемные вопросы.** Как получить формулы связи между различными базисами в трехмерном пространстве? Что необходимо использовать для доказательства того, что фактор-пространство  $L/L^*$

является линейным пространством? Как доказать, что если в некотором семействе векторов они попарно ортогональны, то они линейно независимы?

**Занятие 6.** Изучение булевых функций (2 час.)

1. Минимизация заданных булевых функций.
2. Использование формул двойственности для перехода к разным базисам.

**Занятие 7.** Минимизация конечного автомата. (2 час.)

1. Построение последовательности разбиений состояний.
2. Построение таблицы переходов минимальной модели.

**Занятие 8.** Синтез несложного цифрового устройства (2 час.)

1. Построение графа и таблицы переходов конечного автомата.
2. Кодирование состояний.
3. Построение и минимизация булевых функций.

### **III. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА**

#### **ПЕРЕЧЕНЬ ТИПОВЫХ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ**

1. Бинарные отношения, операции над ними.
2. Машина Тьюринга, основные понятия.
3. Примеры построения машин Тьюринга.
4. Вычисление предикатов машинами Тьюринга.
5. Конечные автоматы, определения, виды.
6. Способы задания конечных автоматов.
7. Минимизация конечных автоматов.
8. Булевые функции, основные понятия.
9. Минимизация булевых функций.
10. Топологические пространства.
11. Доказать теорему о непрерывности отображений топологических пространств.
12. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве, их основные свойства.

13. Доказать, что объединение произвольного числа открытых множеств и пересечение их конечного числа также является открытым множеством.

14. Линейные пространства, основные понятия.

15. Доказать, что фактор-пространство  $L/L^*$  является линейным пространством.

16. Нормированные пространства. Доказать, что нормированные пространства являются метрическими пространствами.

17. Пространства со скалярным произведением. Доказать, что если в некотором семействе векторов они попарно ортогональны, то они линейно независимы.

18. Евклидовы пространства. Теорема об ортогонализации.

#### **IV. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

##### **Основная литература**

(печатные и электронные издания)

1. Нефедов В.И., Осипова В.А. Курс дискретной математики: учеб. пособие. – М.: Изд-во МАИ, 1992. – 262 с.

2. Марков А.А., Нагорный Н.М. Теория алгоритмов. – М.: Наука, 1984. – 432 с.

3. Дехтярь М.И. Лекции по дискретной математике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Дехтярь М.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2007.— 259 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/15846>.

4. Тюрин С.Ф. Дискретная математика. Практическая дискретная математика и математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Тюрин С.Ф., Аляев Ю.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Финансы и статистика, 2012.— 384 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12429>.

5. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 416 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12876>.

6. Марченков С.С. Основы теории булевых функций [Электронный ресурс]/ Марченков С.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.— 136 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24270>.

7. Сперанский Д.В. Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Сперанский Д.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2011.— 287 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22409>.

### **Дополнительная литература**

(печатные и электронные издания)

8. Кузнецов О.П., Адельсон-Вольский Г.М. Дискретная математика для инженера. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 479 с.

9. Редькин Н.П. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник/ Редькин Н.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 264 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/12913>.

10. Клашанов Ф.К. Дискретная математика. Часть 1. Основы теории множеств и комбинаторика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Клашанов Ф.К.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2010.— 112 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16394>.

11. Ковалёва Л.Ф. Дискретная математика в задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ковалёва Л.Ф.— Электрон. текстовые данные.— М.: Евразийский открытый институт, 2011.— 142 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10660>.

12. Зарипова Э.Р. Лекции по дискретной математике. Математическая логика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Зарипова Э.Р., Кокотчикова М.Г., Севастьянов Л.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский университет дружбы народов, 2014.— 120 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/22190>.
13. Попов С.В. Прикладная логика [Электронный ресурс]/ Попов С.В., Брошкова Н.Л.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.— 213 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/24604>.
14. Марченков С.С. Конечные автоматы [Электронный ресурс]/ Марченков С.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 56 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/25034>.
15. Верещагин Н.К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 3. Вычислимые функции [Электронный ресурс]/ Верещагин Н.К., Шень А.— Электрон. текстовые данные.— М.: МЦНМО, 2012.— 160 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/11948>.
16. Алябьева В.Г. Теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Алябьева В.Г., Пастухова Г.В.— Электрон. текстовые данные.— Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2013.— 125 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/32100>.
17. Карчевский Е.М., Карчевский М.М. Лекции по геометрии и алгебре: Учебное пособие. – Казань: Казанский федеральный университет, 2011. – 222 с. <http://window.edu.ru/resource/981/73981>.